

2^ο ΓΕΛ ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ ΑΤΤΙΚΗΣ
Β ΤΑΞΗ ΤΜΗΜΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2012-2013

Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΚΡΥΠΤΟΓΡΑΦΙΑ



ΠΑΝΑΚΙΑ ΑΝΤΩΝΙΑ
ΣΠΙΡΤΟΥ ΜΑΡΙΑ
ΧΑΤΖΗΧΡΥΣΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑ

ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Θεωρία Αριθμών είναι ο κλάδος των Θεωρητικών μαθηματικών που ασχολείται με τις ιδιότητες των ακεραίων αριθμών, καθώς και με προβλήματα που προκύπτουν από τη μελέτη αυτή. Ανάλογα από το είδος των προβλημάτων και από τις μεθόδους επίλυσης τους η Θεωρία Αριθμών χωρίζεται σε επιμέρους κλάδους. Η Θεωρία Αριθμών, από τη σκοπιά του ευρύτερου κλάδου της Άλγεβρας, συχνά αποκαλείται ως Αριθμητική. Σημαντικοί κλάδοι της θεωρίας αριθμών είναι η Αλγεβρική Θεωρία Αριθμών, η Αναλυτική Θεωρία Αριθμών, η Γεωμετρική Θεωρία Αριθμών, η Υπολογιστική Θεωρία Αριθμών και η Πιθανοθεωρητική Θεωρία Αριθμών.

Η Στοιχειώδης Θεωρία Αριθμών ασχολείται με τη μελέτη του δακτυλίου των ακεραίων αριθμών και επεκτάσεων του χωρίς όμως τη χρήση εργαλείων από άλλους κλάδους των μαθηματικών.

Σημαντικά θεωρήματα της Θεωρίας Αριθμών είναι το μικρό θεώρημα του Φερμά, το θεώρημα του Όιλερ το Κινέζικο Θεώρημα Υπολοίπων, το Θεμελιώδες Θεώρημα της Αριθμητικής.

Βασικό αντικείμενο μελέτης της θεωρίας αριθμών είναι οι πρώτοι αριθμοί. Η θεωρία αριθμών βρίσκει ευρεία εφαρμογή στην Κρυπτογραφία.

Ο Gauss, ο γνωστός γίγαντας μαθηματικός, ανέφερε ότι τα μαθηματικά είναι η βασίλισσα των επιστημών και η θεωρία αριθμών η βασίλισσα των μαθηματικών.



ΚΡΥΠΤΟΓΡΑΦΙΑ

Η λέξη κρυπτογραφία προέρχεται από τα συνθετικά "κρυπτός" + "γράφω" και είναι ένας επιστημονικός κλάδος που ασχολείται με τη μελέτη, την ανάπτυξη και τη χρήση τεχνικών κρυπτογράφησης και αποκρυπτογράφησης με σκοπό την απόκρυψη του περιεχομένου των μηνυμάτων.

Η κρυπτογραφία είναι ένας κλάδος της επιστήμης της κρυπτολογίας, η οποία ασχολείται με τη μελέτη της ασφαλούς επικοινωνίας. Ο κύριος στόχος της είναι να παρέχει μηχανισμούς για 2 ή περισσότερα μέλη να επικοινωνήσουν χωρίς κάποιος άλλος να είναι ικανός να διαβάσει την πληροφορία εκτός από τα μέλη. Η λέξη κρυπτολογία αποτελείται από την ελληνική λέξη "κρυπτός" και τη λέξη "λόγος" και χωρίζεται σε δύο κλάδους: Την Κρυπτογραφία και την Κρυπτανάλυση με παρεμφερή κλάδο την Στεγανογραφία και αντίστοιχα την Στεγανοανάλυση.

Ιστορικά η κρυπτογραφία χρησιμοποιήθηκε για την κρυπτογράφηση μηνυμάτων δηλαδή μετατροπή της πληροφορίας από μια κανονική κατανοητή μορφή σε έναν γρίφο, που χωρίς τη γνώση του κρυφού μετασχηματισμού θα παρέμενε ακατανόητος. Κύριο χαρακτηριστικό των παλαιότερων μορφών κρυπτογράφησης ήταν ότι η επεξεργασία γινόταν πάνω στη γλωσσική δομή. Στις νεότερες μορφές η κρυπτογραφία κάνει χρήση του αριθμητικού ισοδύναμου, η έμφαση έχει μεταφερθεί σε διάφορα πεδία των μαθηματικών, όπως διακριτά μαθηματικά, θεωρία αριθμών, Θεωρία Πληροφορίας, υπολογιστική πολυπλοκότητα, στατιστική και συνδυαστική ανάλυση.

Η κρυπτογραφία παρέχει τέσσερις βασικές λειτουργίες (Αντικειμενικοί σκοποί):

- **Εμπιστευτικότητα:** Η πληροφορία προς μετάδοση είναι προσβάσιμη μόνο στα εξουσιοδοτημένα μέλη. Η πληροφορία είναι ακατανόητη σε κάποιον τρίτο.
- **Ακεραιότητα:** Η πληροφορία μπορεί να αλλοιωθεί μόνο από τα εξουσιοδοτημένα μέλη και δεν μπορεί να αλλοιώνεται χωρίς την ανίχνευση της αλλοίωσης.
- **Μη απάρνηση:** Ο αποστολέας ή ο παραλήπτης της πληροφορίας δεν μπορεί να αρνηθεί την αυθεντικότητα της μετάδοσης ή της δημιουργίας της.
- **Πιστοποίηση:** Οι αποστολέας και παραλήπτης μπορούν να εξακριβώνουν τις ταυτότητές τους καθώς και την πηγή και τον προορισμό της πληροφορίας με διαβεβαίωση ότι οι ταυτότητές τους δεν είναι πλαστές.

ΟΡΟΛΟΓΙΑ

Κρυπτογράφηση (*encryption*) ονομάζεται η διαδικασία μετασχηματισμού ενός μηνύματος σε μία ακατανόητη μορφή με τη χρήση κάποιου κρυπτογραφικού αλγορίθμου ούτως ώστε να μην μπορεί να διαβαστεί από κανέναν εκτός του νόμιμου παραλήπτη.

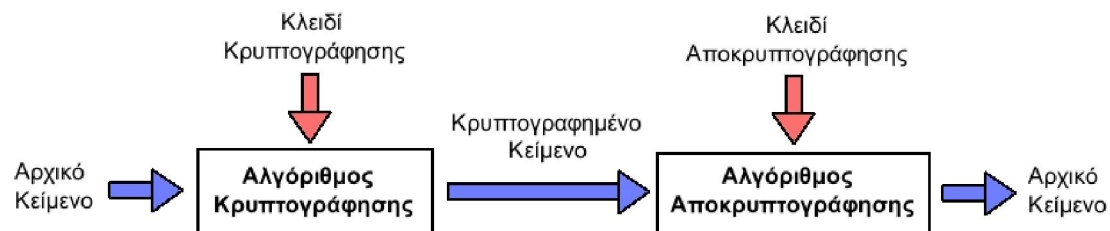
Η αντίστροφη διαδικασία όπου από το κρυπτογραφημένο κείμενο παράγεται το αρχικό μήνυμα ονομάζεται αποκρυπτογράφηση (*decryption*). Κρυπτογραφικός αλγόριθμος (*cipher*) είναι η μέθοδος μετασχηματισμού δεδομένων σε μία μορφή που να μην επιτρέπει την αποκάλυψη των περιεχομένων τους από μη εξουσιοδοτημένα μέρη. Κατά κανόνα ο κρυπτογραφικός αλγόριθμος είναι μία πολύπλοκη μαθηματική συνάρτηση. Αρχικό κείμενο (*plaintext*) είναι το μήνυμα το οποίο αποτελεί την είσοδο σε μία διεργασία κρυπτογράφησης.

Κλειδί (*key*) είναι ένας αριθμός αρκετών bit που χρησιμοποιείται ως είσοδος στη συνάρτηση κρυπτογράφησης.

Κρυπτογραφημένο κείμενο (*ciphertext*) είναι το αποτέλεσμα της εφαρμογής ενός κρυπτογραφικού αλγορίθμου πάνω στο αρχικό κείμενο.

Κρυπτανάλυση (*cryptanalysis*) είναι μία επιστήμη που ασχολείται με το "σπάσιμο" κάποιας κρυπτογραφικής τεχνικής ούτως ώστε χωρίς να είναι γνωστό το κλειδί της κρυπτογράφησης, το αρχικό κείμενο να μπορεί να αποκωδικοποιηθεί.

Η διαδικασία της κρυπτογράφησης και της αποκρυπτογράφησης φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Ένα τυπικό σύστημα κρυπτογράφησης - αποκρυπτογράφησης.

Η κρυπτογράφηση και αποκρυπτογράφηση ενός μηνύματος γίνεται με τη βοήθεια ενός αλγορίθμου κρυπτογράφησης (*cipher*) και ενός κλειδιού κρυπτογράφησης (*key*). Συνήθως ο αλγόριθμος κρυπτογράφησης είναι γνωστός, οπότε η εμπιστευτικότητα του κρυπτογραφημένου μηνύματος που μεταδίδεται βασίζεται ως επί το πλείστον στη μυστικότητα του κλειδιού κρυπτογράφησης. Το μέγεθος του κλειδιού κρυπτογράφησης μετριέται σε αριθμό bits. Γενικά ισχύει ο εξής κανόνας: όσο μεγαλύτερο είναι το κλειδί κρυπτογράφησης, τόσο δυσκολότερα μπορεί να αποκρυπτογραφηθεί το κρυπτογραφημένο μήνυμα από επίδοξους εισβολείς. Διαφορετικοί αλγόριθμοι κρυπτογράφησης απαιτούν διαφορετικά μήκη κλειδιών για να πετύχουν το ίδιο επίπεδο ανθεκτικότητας κρυπτογράφησης.

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

1900 π.Χ – 1900 μ.Χ / 1900 μ.Χ – 1950 μ.Χ

Κατά τη διάρκεια της περιόδου αναπτύχθηκε μεγάλο πλήθος μεθόδων και αλγορίθμων κρυπτογράφησης, που βασίζονταν κυρίως σε απλές αντικαταστάσεις γραμμάτων. Όλες αυτές δεν απαιτούσαν εξειδικευμένες γνώσεις και πολύπλοκες συσκευές, αλλά στηρίζονταν στην ευφυΐα και την ευρηματικότητα των δημιουργών τους. Όλα αυτά τα συστήματα έχουν στις μέρες μας κρυπταναλυθεί και έχει αποδειχθεί ότι, εάν είναι γνωστό ένα μεγάλο κομμάτι του κρυπτογραφημένου μηνύματος, τότε το αρχικό κείμενο μπορεί σχετικά εύκολα να επανακτηθεί.

Όπως προκύπτει από μία μικρή σφηνοειδή επιγραφή, που ανακαλύφθηκε στις όχθες του ποταμού Τίγρη, οι πολιτισμοί που αναπτύχθηκαν στη Μεσοποταμία ασχολήθηκαν με την κρυπτογραφία ήδη από το 1500 π.Χ.

Η επιγραφή αυτή περιγράφει μία μέθοδο κατασκευής σμάλτων για αγγειοπλαστική και θεωρείται ως το αρχαιότερο κρυπτογραφημένο κείμενο (με βάση τον Kahn). Επίσης, ως το αρχαιότερο βιβλίο κρυπτοκωδικών στον κόσμο, θεωρείται μία σφηνοειδής επιγραφή στα Σούσα της Περσίας, η οποία περιλαμβάνει τους αριθμούς 1 έως 8 και από το 32 έως το 35, τοποθετημένους τον ένα κάτω από τον άλλο, ενώ απέναντι τους βρίσκονται τα αντίστοιχα για τον καθένα σφηνοειδή σύμβολα.

Η πρώτη στρατιωτική χρήση της κρυπτογραφίας αποδίδεται στους Σπαρτιάτες. Γύρω στον 5ο π.Χ. αιώνα εφεύραν την «σκυτάλη», την πρώτη κρυπτογραφική συσκευή, στην οποία χρησιμοποίησαν για την κρυπτογράφηση τη μέθοδο της μετάθεσης. Όπως αναφέρει ο Πλούταρχος, η «Σπαρτιατική Σκυτάλη» Σχήμα (2.1), ήταν μια ξύλινη ράβδος, ορισμένης διαμέτρου, γύρω από την οποία ήταν τυλιγμένη ελικοειδώς μια λωρίδα περγαμηνής. Το κείμενο ήταν γραμμένο σε στήλες, ένα γράμμα σε κάθε έλικα, όταν δε ξετύλιγαν τη λωρίδα, το κείμενο ήταν ακατάληπτο εξαιτίας της αναδιάταξης των γραμμάτων. Το «κλειδί» ήταν η διάμετρος της σκυτάλης.



Στην αρχαιότητα χρησιμοποιήθηκαν κυρίως συστήματα, τα οποία βασίζονταν στη στεγανογραφία και όχι τόσο στην κρυπτογραφία. Οι Έλληνες συγγραφείς δεν αναφέρουν αν και πότε χρησιμοποιήθηκαν συστήματα γραπτής αντικατάστασης γραμμάτων, αλλά τα βρίσκουμε στους Ρωμαίους, κυρίως την εποχή του Ιουλίου Καίσαρα. Ο Ιούλιος Καίσαρας έγραφε στον Κικέρωνα και σε άλλους φίλους του, αντικαθιστώντας τα γράμματα του κειμένου, με γράμματα, που βρίσκονται 3 θέσεις μετά, στο Λατινικό Αλφάβητο. Έτσι, σήμερα, το σύστημα κρυπτογράφησης που στηρίζεται στην αντικατάσταση των γραμμάτων του αλφαβήτου με άλλα που βρίσκονται σε καθορισμένο αριθμό θέσης πριν ή μετά, λέγεται κρυπτοσύστημα αντικατάστασης του Καίσαρα. Ο Καίσαρας χρησιμοποίησε και άλλα, πιο πολύπλοκα συστήματα κρυπτογράφησης, για τα οποία έγραψε ένα βιβλίο ο Valerius Probus, το οποίο δυστυχώς δεν διασώθηκε, αλλά αν και χαμένο, θεωρείται το πρώτο βιβλίο κρυπτολογίας. Το σύστημα αντικατάστασης του Καίσαρα, χρησιμοποιήθηκε ευρύτατα και στους επόμενους αιώνες.

Στη διάρκεια του Μεσαίωνα, η κρυπτολογία ήταν κάτι το απαγορευμένο και αποτελούσε μια μορφή αποκρυφισμού και μαύρης μαγείας, κάτι που συντέλεσε στην καθυστέρηση της ανάπτυξης της. Η εξέλιξη, τόσο της κρυπτολογίας, όπως και των μαθηματικών, συνεχίζεται στον Αραβικό κόσμο. Στο γνωστό μυθιστόρημα «Χίλιες και μία νύχτες» κυριαρχούν οι λέξεις-αινίγματα, οι γρίφοι, τα λογοπαίγνια και οι αναγραμματισμοί. Έτσι, εμφανίστηκαν βιβλία που περιείχαν κρυπταλφάβητα, όπως το αλφάβητο «Dawoudi» που πήρε το όνομα του από τον βασιλιά Δαυίδ. Οι Άραβες είναι οι πρώτοι που επινόησαν αλλά και χρησιμοποίησαν μεθόδους κρυπτανάλυσης. Το κυριότερο εργαλείο στην κρυπτανάλυση, η χρησιμοποίηση των συχνοτήτων των γραμμάτων κειμένου, σε συνδυασμό με τις συχνότητες εμφάνισης στα κείμενα των γραμμάτων της γλώσσας, επινοήθηκε από αυτούς γύρω στον 14ο αιώνα. Η κρυπτογραφία, λόγω των στρατιωτικών εξελίξεων, σημείωσε σημαντική ανάπτυξη στους επόμενους αιώνες. Ο Ιταλός *Giovanni Batista Porta*, το 1563, δημοσίευσε το περίφημο για την κρυπτολογία βιβλίο «*De furtivis literarum notis*», με το οποίο έγιναν γνωστά τα πολυαλφαβητικά συστήματα κρυπτογράφησης και τα διγραφικά κρυπτογραφήματα, στα οποία, δύο γράμματα αντικαθίστανται από ένα. Σημαντικός εκπρόσωπος εκείνης της εποχής είναι και ο Γάλλος *Vigenere*, του οποίου ο πίνακας πολυαλφαβητικής αντικατάστασης, χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα.

Ο *C.Wheatstone*, γνωστός από τις μελέτες του στον ηλεκτρισμό, παρουσίασε την πρώτη μηχανική κρυπτοσυσσκευή, η οποία απετέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη των κρυπτομηχανών της δεύτερης ιστορικής περιόδου της κρυπτογραφίας. Η μεγαλύτερη αποκρυπτογράφηση ήταν αυτή των αιγυπτιακών ιερογλυφικών τα οποία, επί αιώνες, παρέμεναν μυστήριο και οι αρχαιολόγοι μόνο εικασίες μπορούσαν να διατυπώσουν για τη σημασία τους. Ωστόσο, χάρη σε μία κρυπταναλυτική εργασία, τα ιερογλυφικά εν τέλει αναλύθηκαν και έκτοτε οι αρχαιολόγοι είναι σε θέση να διαβάζουν ιστορικές επιγραφές. Τα αρχαιότερα ιερογλυφικά χρονολογούνται περίπου από το 3000 π.Χ. Τα σύμβολα των ιερογλυφικών ήταν υπερβολικά πολύπλοκα για την καταγραφή των συναλλαγών εκείνης της εποχής. Έτσι, παράλληλα με αυτά, αναπτύχθηκε για καθημερινή χρήση η ιερατική γραφή, που ήταν μία συλλογή

συμβόλων, τα οποία ήταν εύκολα τόσο στο γράψιμο όσο και στην ανάγνωση. Τον 17ο αιώνα αναθερμάνθηκε το ενδιαφέρον για την αποκρυπτογράφηση των ιερογλυφικών, έτσι το 1652 ο Γερμανός Ιησουΐτης Αθανάσιος Κίρχερ εξέδωσε ένα λεξικό ερμηνείας τους, με τίτλο «*Oedipus Aegyptiacus*». Με βάση αυτό προσπάθησε να ερμηνεύσει τις αιγυπτιακές γραφές, αλλά η προσπάθεια του αυτή ήταν κατά γενική ομολογία αποτυχημένη. Για παράδειγμα, το όνομα του Φαραώ Απρίη, το ερμήνευσε σαν «τα ευεργετήματα του θεϊκού Όσιρι εξασφαλίζονται μέσω των ιερών τελετών της αλυσίδας των πνευμάτων, ώστε να επιδρασιλεύσουν τα δώρα του Νείλου». Παρόλα αυτά, η προσπάθεια του άνοιξε τον δρόμο προς τη σωστή ερμηνεία των ιερογλυφικών, που προχώρησε χάρη στην ανακάλυψη της «Στήλης της Ροζέτας». Ήταν μια πέτρινη στήλη που βρήκαν τα στρατεύματα του Ναπολέοντα στην Αίγυπτο και είχε χαραγμένο πάνω της το ίδιο κείμενο τρεις φορές. Μια με ιερογλυφικά, μια στα ελληνικά και μια σε ιερατική γραφή. Δύο μεγάλοι αποκρυπτογράφοι της εποχής, ο Γιάνγκ και ο Σαμπολιόν, μοιράστηκαν τη δόξα της ερμηνείας τους. Οι προϊστορικοί πληθυσμοί χρησιμοποίησαν τρεις γραφές μέχρι να επινοήσουν αλφάβητο, γύρω στο 850 π.Χ.

Χρονολογικά, οι γραφές αυτές κατατάσσονται ως εξής

- 3000 1600 π.Χ. : Εικονογραφική (Ιερογλυφική) γραφή
- 1850 1450 π.Χ.: Γραμμική γραφή Α
- 1450 1200 π.Χ.: Γραμμική Γραφή Β

Η Κρητική εικονογραφική ή ιερογλυφική γραφή, δεν μας έχει αποκαλύψει τον κώδικα της, γνωρίζουμε ωστόσο ότι δεν πρόκειται για γραφή που χρησιμοποιεί εικόνες ως σημεία, αλλά για φωνητική γραφή, η οποία εξαντλείται σε περίπου διακόσιους σφραγιδολίθους και συνυπήρχε με τη γραμμική γραφή Α, τόσο χρονικά όσο και τοπικά, όπως προκύπτει από τις ανασκαφές στο ανάκτορο των Μαλίων της Κρήτης. Εμφανίζεται στον Δίσκο της Φαιστού (Σχήμα 2.2), που ανακαλύφθηκε το 1908 στη νότια Κρήτη και σε άλλα αντικείμενα όπως σφραγίδες και πέλεκεις. Ο δίσκος της Φαιστού είναι μια κυκλική πινακίδα, που χρονολογείται γύρω στο 1700 π.Χ. και φέρει γραφή με τη μορφή δύο σπειρών. Τα σύμβολα δεν είναι χειροποίητα, αλλά έχουν χαραχθεί με τη βοήθεια μίας ποικιλίας σφραγίδων, καθιστώντας τον Δίσκο ως το αρχαιότερο δείγμα στοιχειοθεσίας. Δεν υπάρχει άλλο ανάλογο εύρημα και έτσι η αποκρυπτογράφηση στηρίζεται σε πολύ περιορισμένες πληροφορίες. Μέχρι σήμερα δεν έχει αποκρυπτογραφηθεί και παραμένει η πιο μυστηριώδης αρχαία ευρωπαϊκή γραφή.



Ο Δίσκος της Φαιστού

Οι πρώτες επιγραφές με Γραμμική γραφή ανακαλύφθηκαν από τον Άρθουρ Έβανς (Sir Arthur Evans), τον μεγάλο Άγγλο αρχαιολόγο, που άνεσκαψε συστηματικά την Κνωσό το 1900. Ο ίδιος ονόμασε αυτή τη γραφή γραμμική, επειδή τα γράμματα της είναι γραμμές (ένα γραμμικό σχήμα) και όχι σφήνες, όπως στη σφηνοειδή γραφή ή εικόνες όντων, όπως στην αιγυπτιακή ιερατική. Η γραμμική γραφή Α είναι μάλλον η γραφή των Μινωιτών (από το μυθικό Μίνωα, βασιλιά της Κνωσού), των κατοίκων της αρχαίας Κρήτης και από αυτή ίσως να προήλθε το σημερινό ελληνικό αλφάβητο. Τα γράμματα της γραμμικής γραφής χαραζόνταν με αιχμηρό αντικείμενο πάνω σε πήλινες πλάκες, οι οποίες κατόπιν ξεραίνονταν σε φούρνους. Οι περισσότερες από τις επιγραφές με Γραμμική γραφή Α (περίπου 1500) είναι λογιστικές και περιέχουν εικόνες ή συντομογραφίες των εμπορεύσιμων προϊόντων και αριθμούς για υπόδειξη της ποσότητας ή οφειλής.

Ο Έβανς κατέγραψε 135 σύμβολα της. Χρησιμοποιήθηκε κυρίως στην Κρήτη, αν και ορισμένα πρόσφατα ευρήματα καταδεικνύουν ότι μπορεί να αποτέλεσε μέσο γραφής και αλλού, αφού επιγραφές με Γραμμική Α έχουν βρεθεί στην Κνωσό και Φαιστό της Κρήτης, αλλά και στη Μήλο και τη Θήρα. Πλάκες με επιγραφές σε γραμμική Α, εκτίθενται στο Μουσείο Ηρακλείου. Παρά την πρόοδο που έχει σημειωθεί, η γραμμική γραφή Α δεν έχει αποκρυπτογραφηθεί ακόμη. Ο Evans έδωσε και την ονομασία στη Γραμμική Γραφή Β, επειδή αναγνώρισε ότι πρόκειται για συγγενική γραφή με τη γραμμική Α, πιο πρόσφατη ωστόσο και εξελιγμένη. Με βάση όσα γνωρίζουμε σήμερα, η γραφή αυτή υιοθετήθηκε αποκλειστικά για λογιστικούς σκοπούς. Πινακίδες χαραγμένες με τη γραμμική γραφή Β βρέθηκαν στην Κνωσό, στα Χανιά αλλά και στην Πύλο, τις Μυκίνες, τη Θήβα και την Τίρυνθα. Σήμερα αποτελούν ένα σύνολο 10.000 τεμαχίων. Τα σχήματα των πινακίδων της γραφής αυτής ποικίλουν, επικρατούν όμως οι φυλλοειδείς και

«σελιδόσχημες», οι οποίες διαφέρουν ως προς τις διαστάσεις, ανάλογα με τις προτιμήσεις του κάθε γραφέα. Έπλαθαν πηλό σε σχήμα κυλίνδρου, τον τοποθετούσαν σε λεία επιφάνεια και την πίαζαν μέχρι να γίνει επίπεδη, επιμήκης και συμπαγής πινακίδα, σαφώς διαφοροποιημένη σε δύο επιφάνειες: μία επίπεδη λειασμένη, που επρόκειτο να αποτελέσει την κύρια γραφική επιφάνεια και μία κυρτή, που συνήθως έμενε άγραφη. Πολλές φορές, όταν τα κείμενα απαιτούσαν περισσότερες από μία πινακίδες, έχουμε τις αποκαλούμενες «ομάδες» ή «πολύπτυχα» πινακίδων, οι οποίες εμφανίζουν κοινά χαρακτηριστικά και ως προς την αποξήρανση και το μίγμα του πηλού και κυρίως, ως προς το γραφικό χαρακτήρα του ίδιου του γραφέα. Τα πολύπτυχα αυτά φυλάσσονταν σε αρχαιοφυλάκια και ταξινομούνταν κατά θέματα σε ξύλινα κιβώτια. Για να γνωρίζει ο ενδιαφερόμενος το περιεχόμενο των καλαθιών, κυρίως, χρησιμοποιούσαν ετικέτες: ένα σφαιρίδιο πηλού, εντυπωμένο στην πρόσθια πλευρά, στο οποίο καταγράφονταν συνοπτικές πληροφορίες. Συστηματικά, με τη γραφή αυτή, με την οποία είχε πραγματικό πάθος, ασχολήθηκε ο Άγγλος αρχιτέκτονας και ερασιτέχνης αρχαιολόγος Μ. Βέντρις. Ήταν ο πρώτος που κατάλαβε ότι επρόκειτο για κάποιο είδος ελληνικής γραφής, αλλά η άποψη του αυτή δεν έγινε δεκτή αρχικά από τους ειδικούς. Στη συνέχεια, όμως, αρκετοί προσχώρησαν στην άποψή του. Ένας από αυτούς ήταν ο κρυπταναλυτής Τζον Τσάντγουικ, ο οποίος, στη διάρκεια του πολέμου, είχε εργασθεί στην ανάλυση της γερμανικής κρυπτομηχανής Enigma. Προσπάθησε να μεταφέρει την πείρα του στην κρυπτανάλυση της Γραμμικής Β, αλλά χωρίς επιτυχία μέχρι τότε. Όμως, ο συνδυασμός των δύο επιστημόνων έφερε το πολυπόθητο αποτέλεσμα. Το 1953 κατέγραψαν τα συμπεράσματά τους στο μνημειώδες έργο «Μαρτυρίες για την ελληνική διάλεκτο στα μυκηναϊκά αρχεία», που έγινε το πιο διάσημο άρθρο κρυπτανάλυσης. Η αποκρυπτογράφηση της Γραμμικής Β απέδειξε ότι επρόκειτο για ελληνική γλώσσα, ότι οι Μινωίτες της Κρήτης μιλούσαν ελληνικά και ότι η δεσπόζουσα δύναμη εκείνη την εποχή ήταν οι Μυκήνες. Η αποκρυπτογράφηση της Γραμμικής Β θεωρήθηκε επίτευγμα ανάλογο της κατάκτησης του Έβερεστ, που συνέβη την ίδια ακριβώς εποχή. Για αυτό και έγινε γνωστή σαν το «Έβερεστ της Ελληνικής αρχαιολογίας».

𐀀	𐀁	𐀂	𐀃	𐀄	𐀅	𐀆	𐀇	𐀈	𐀉	𐀊	𐀋	𐀌
a	da	ja	ka	ma	na	pa	qa	ra	sa	ta	wa	za
𐀍	𐀎	𐀏	𐀐	𐀑	𐀒	𐀓	𐀔	𐀕	𐀖	𐀗	𐀘	𐀙
e	de	je	ke	me	ne	pe	qe	re	se	te	we	ze
𐀚	𐀛		𐀜	𐀝	𐀞	𐀟	𐀠	𐀡	𐀢	𐀣	𐀤	
i	di		ki	mi	ni	pi	qi	ri	si	ti	wi	
𐀥	𐀦	𐀧	𐀨	𐀩	𐀪	𐀫	𐀬	𐀭	𐀮	𐀯	𐀰	𐀱
o	do	jo	ko	mo	no	po	qo	ro	so	to	wo	zo
𐀲	𐀳	𐀴	𐀵	𐀶	𐀷	𐀸		𐀹	𐀺	𐀻		
u	du	ju	ku	mu	nu	pu		ru	su	tu		

Η δεύτερη περίοδος της κρυπτογραφίας όπως προαναφέρθηκε τοποθετείται στις αρχές του 20ου αιώνα και φτάνει μέχρι το 1950. Καλύπτει, επομένως, τους δύο παγκόσμιους πολέμους, εξαιτίας των οποίων (λόγω της εξαιρετικά μεγάλης ανάγκης που υπήρξε για ασφάλεια κατά τη μετάδοση ζωτικών πληροφοριών μεταξύ των στρατευμάτων των χωρών) αναπτύχθηκε η κρυπτογραφία τόσο όσο δεν είχε αναπτυχθεί τα προηγούμενα 3000 χρόνια. Τα κρυπτοσυστήματα αυτής της περιόδου αρχίζουν να γίνονται πολύπλοκα, και να αποτελούνται από μηχανικές και ηλεκτρομηχανικές κατασκευές, οι οποίες ονομάζονται «κρυπτομηχανές». Η κρυπτανάλυση τους, απαιτεί μεγάλο αριθμό προσωπικού, το οποίο εργαζόταν επί μεγάλο χρονικό διάστημα ενώ ταυτόχρονα γίνεται εξαιρετικά αισθητή η ανάγκη για μεγάλη υπολογιστική ισχύ. Παρά την πολυπλοκότητα που αποκτούν τα συστήματα κρυπτογράφησης κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου η κρυπτανάλυση τους είναι συνήθως επιτυχημένη. Οι Γερμανοί έκαναν εκτενή χρήση (σε διάφορες παραλλαγές) ενός συστήματος γνωστού ως Enigma .

Ο Marian Rejewski, στην Πολωνία, προσπάθησε και, τελικά, παραβίασε την πρώτη μορφή του γερμανικού στρατιωτικού συστήματος Enigma (που χρησιμοποιούσε μια ηλεκτρομηχανική κρυπτογραφική συσκευή) χρησιμοποιώντας θεωρητικά μαθηματικά το 1932. Ήταν η μεγαλύτερη σημαντική ανακάλυψη στην κρυπτολογική ανάλυση της εποχής. Οι Πολωνοί συνέχισαν να αποκρυπτογραφούν τα μηνύματα που βασιζόνταν στην κρυπτογράφηση με το Enigma μέχρι το 1939. Τότε, ο γερμανικός στρατός έκανε ορισμένες σημαντικές αλλαγές και οι Πολωνοί δεν μπόρεσαν να τις παρακολουθήσουν, επειδή η αποκρυπτογράφηση απαιτούσε περισσότερους πόρους από όσους μπορούσαν να διαθέσουν. Έτσι, εκείνο το καλοκαίρι μεταβίβασαν τη γνώση τους, μαζί με μερικές μηχανές που είχαν κατασκευάσει, στους Βρετανούς και τους Γάλλους. Ακόμη και ο Rejewski και οι μαθηματικοί και κρυπτογράφοι του, όπως ο Biero Szyfrow, κατέληξαν σε συνεργασία με τους Βρετανούς και τους Γάλλους μετά από αυτή την εξέλιξη. Η συνεργασία αυτή συνεχίστηκε από τον Άλαν Τούρινγκ (Alan Turing), τον Γκόρντον Ουέλτμαν (Gordon Welchman) και από πολλούς άλλους στο Μπλέτσεϊ Παρκ (Bletchley Park), κέντρο της Βρετανικής Υπηρεσίας απο/κρυπτογράφησης και οδήγησε σε συνεχείς αποκρυπτογραφήσεις των διαφόρων παραλλαγών του Enigma, με τη βοήθεια και ενός υπολογιστή, που κατασκεύασαν οι Βρετανοί επιστήμονες, ο οποίος ονομάστηκε Colossus και, δυστυχώς, καταστράφηκε με το τέλος του Πολέμου. Οι κρυπτογράφοι του αμερικανικού ναυτικού (σε συνεργασία με Βρετανούς και Ολλανδούς κρυπτογράφους μετά από το 1940) έσπασαν αρκετά κρυπτοσυστήματα του Ιαπωνικού ναυτικού. Το σπάσιμο ενός από αυτά, του JN-25, οδήγησε στην αμερικανική νίκη στη Ναυμαχία της Μιντγουέι καθώς και στην εξόντωση του Αρχηγού του Ιαπωνικού Στόλου Ιζορόκου Γιαμαμότο.

Το Ιαπωνικό Υπουργείο Εξωτερικών χρησιμοποίησε ένα τοπικά αναπτυγμένο κρυπτογραφικό σύστημα, (που καλείται Purple), και χρησιμοποίησε, επίσης, διάφορες παρόμοιες μηχανές για τις συνδέσεις μερικών ιαπωνικών πρεσβειών. Μία από αυτές αποκλήθηκε "Μηχανή-Μ" από τις ΗΠΑ, ενώ μια άλλη αναφέρθηκε ως «Red» (Κόκκινη). Μια ομάδα του αμερικανικού στρατού, η αποκαλούμενη SIS, κατάφερε να σπάσει το ασφαλέστερο ιαπωνικό διπλωματικό σύστημα κρυπτογράφησης (μια

ηλεκτρομηχανική συσκευή, η οποία αποκλήθηκε "Purple" από τους Αμερικανούς) πριν καν ακόμη αρχίσει ο Β΄ Παγκόσμιος Πόλεμος. Οι Αμερικανοί αναφέρονται στο αποτέλεσμα της κρυπτανάλυσης, ειδικότερα της μηχανής Purple, αποκαλώντας το ως Magic (Μαγεία).

Οι συμμαχικές κρυπτομηχανές που χρησιμοποιήθηκαν στον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο περιλάμβαναν το βρετανικό TypeX και το αμερικανικό SIGABA (Σχήμα 2.4). Και τα δύο ήταν ηλεκτρομηχανικά σχέδια παρόμοια στο πνεύμα με το Enigma, με σημαντικές εν τούτοις βελτιώσεις. Κανένα δεν έγινε γνωστό ότι παραβιάστηκε κατά τη διάρκεια του πολέμου. Τα στρατεύματα στο πεδίο μάχης χρησιμοποίησαν το M-209 και τη λιγότερη ασφαλή οικογένεια κρυπτομηχανών M-94. Οι Βρετανοί πράκτορες της Υπηρεσίας "SOE" χρησιμοποίησαν αρχικά ένα τύπο κρυπτογραφίας που βασιζόταν σε ποιήματα (τα απομνημονευμένα ποιήματα ήταν τα κλειδιά). Οι Γερμανοί, ώρες πριν την Απόβαση της Νορμανδίαςσυνέλαβαν ένα μήνυμα - ποίημα του Πολ Βερλέν, για το οποίο, χωρίς να το έχουν αποκρυπτογραφήσει, ήταν βέβαιο πως προανάγγελε την απόβαση. Η Γερμανική ηγεσία δεν έλαβε υπόψη της αυτή την προειδοποίηση.

Οι Πολωνοί είχαν προετοιμαστεί για την εμπόλεμη περίοδο κατασκευάζοντας την κρυπτομηχανή LCD Lacida, η οποία κρατήθηκε μυστική ακόμη και από τον Rejewski. Όταν τον Ιούλιο του 1941 ελέγχθηκε από τον Rejewski η ασφάλειά της, του χρειάστηκαν μερικές μόνον ώρες για να την "σπάσει" και έτσι αναγκάστηκαν να την αλλάξουν βιαστικά. Τα μηνύματα που εστάλησαν με Lacida δεν ήταν, εντούτοις, συγκρίσιμα με αυτά του Enigma, αλλά η παρεμπόδιση θα μπορούσε να έχει σημάνει το τέλος της κρίσιμης κρυπταναλυτικής Πολωνικής προσπάθειας.

1950 μ.Χ – ΣΗΜΕΡΑ



Αυτή η περίοδος χαρακτηρίζεται από την έξαρση της ανάπτυξης στους επιστημονικούς κλάδους των μαθηματικών, της μικροηλεκτρονικής και των υπολογιστικών συστημάτων. Η εποχή της σύγχρονης κρυπτογραφίας αρχίζει ουσιαστικά με τον Claude Shannon, αναμφισβήτητο ο πατέρας των μαθηματικών συστημάτων κρυπτογραφίας.

Το 1949 δημοσίευσε το έγγραφο «Θεωρία επικοινωνίας των συστημάτων μυστικότητας» (*Communication Theory of Secrecy Systems*) στο τεχνικό περιοδικό Bell System και λίγο αργότερα στο βιβλίο του, «Μαθηματική Θεωρία της Επικοινωνίας» (*Mathematical Theory of Communication*), μαζί με τον Warren Weaver. Αυτά, εκτός από τις άλλες εργασίες του επάνω στη θεωρία δεδομένων και επικοινωνίας καθιέρωσε μια στερεά θεωρητική βάση για την κρυπτογραφία και την κρυπτανάλυση. Εκείνη την εποχή η κρυπτογραφία εξαφανίζεται και φυλάσσεται από τις μυστικές υπηρεσίες κυβερνητικών επικοινωνιών όπως η NSA. Πολύ λίγες εξελίξεις δημοσιοποιήθηκαν ξανά μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του '70, όταν όλα άλλαξαν.

Στα μέσα της δεκαετίας του '70 έγιναν δύο σημαντικές δημόσιες (δηλ. μη-μυστικές) πρόοδοι. Πρώτα ήταν η δημοσίευση του σχεδίου προτύπου κρυπτογράφησης DES (Data Encryption Standard) στον ομοσπονδιακό κατάλογο της Αμερικής στις 17 Μαρτίου 1975. Το προτεινόμενο DES υποβλήθηκε από την IBM, στην πρόσκληση του Εθνικού Γραφείου των Προτύπων (τώρα γνωστό ως NIST), σε μια προσπάθεια να αναπτυχθούν ασφαλείς ηλεκτρονικές εγκαταστάσεις επικοινωνίας για επιχειρήσεις όπως τράπεζες και άλλες μεγάλες οικονομικές οργανώσεις. Μετά από τις συμβουλές και την τροποποίηση από την NSA, αυτό το πρότυπο υιοθετήθηκε και δημοσιεύθηκε ως ένα ομοσπονδιακό τυποποιημένο πρότυπο επεξεργασίας πληροφοριών το 1977 (αυτήν την περίοδο αναφέρεται σαν FIPS 46-3). Ο DES ήταν ο πρώτος δημόσια προσιτός αλγόριθμος κρυπτογράφησης που εγκρίνεται από μια εθνική αντιπροσωπεία όπως η NSA. Η απελευθέρωση της προδιαγραφής της από την NBS υποκίνησε μια έκρηξη δημόσιου και ακαδημαϊκού ενδιαφέροντος για τα συστήματα κρυπτογραφίας.

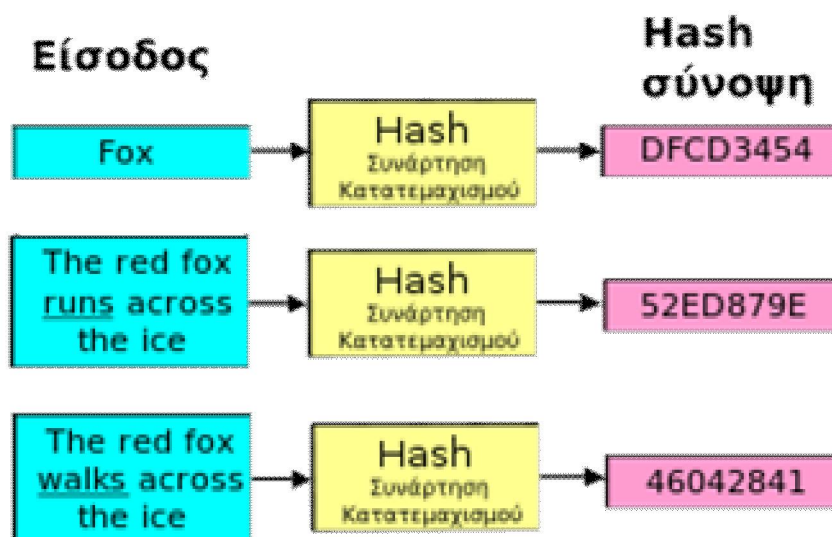
Ο DES αντικαταστάθηκε επίσημα από τον AES το 2001 όταν ανήγγειλε ο NIST το FIPS 197. Μετά από έναν ανοικτό διαγωνισμό, ο NIST επέλεξε τον αλγόριθμο Rijndael, που υποβλήθηκε από δύο Φλαμανδούς κρυπτογράφους, για να είναι το AES. Ο DES και οι ασφαλέστερες παραλλαγές του όπως ο 3DES ή TDES χρησιμοποιούνται ακόμα σήμερα, ενσωματωμένος σε πολλά εθνικά και οργανωτικά πρότυπα. Εντούτοις, το βασικό μέγεθος των 56-bit έχει αποδειχθεί ότι είναι ανεπαρκές να αντισταθεί στις επιθέσεις ωμής βίας (μια τέτοια επίθεση πέτυχε να σπάσει τον DES σε 56 ώρες ενώ το άρθρο που

αναφέρεται ως το σπάσιμο του DES δημοσιεύτηκε από τον O'Reilly and Associates). Κατά συνέπεια, η χρήση απλής κρυπτογράφησης με τον DES είναι τώρα χωρίς την αμφιβολία επισφαλής για χρήση στα νέα σχέδια των κρυπτογραφικών συστημάτων και μηνύματα που προστατεύονται από τα παλαιότερα κρυπτογραφικά συστήματα που χρησιμοποιούν DES, και όλα τα μηνύματα που έχουν αποσταλεί από το 1976 με τη χρήση DES, διατρέχουν επίσης σοβαρό κίνδυνο αποκρυπτογράφησης. Ανεξάρτητα από την έμφυτη ποιότητά του, το βασικό μέγεθος του DES (56-bit) ήταν πιθανά πάρα πολύ μικρό ακόμη και το 1976, πράγμα που είχε επισημάνει ο Whitfield Diffie. Υπήρξε επίσης η υποψία ότι κυβερνητικές οργανώσεις είχαν ακόμα και τότε ικανοποιητική υπολογιστική δύναμη ώστε να σπάσουν μηνύματα που είχαν κρυπτογραφηθεί με τον DES.

ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΚΡΥΠΤΟΓΡΑΦΗΣΗΣ

Έχουμε το αρχικό μήνυμα, (ένα σύνολο δυαδικών ψηφίων (bits) $\{\mu_i, \text{όπου } i = 1, 2, \dots, n\}$), και το κλειδί γνωστό σε αποστολέα και παραλήπτη, (ένα άλλο σύνολο δυαδικών ψηφίων $\{k_i, \text{όπου } i = 1, 2, \dots, n\}$). Αν δημιουργήσουμε τον γρίφο που θα αποσταλεί, (ένα σύνολο δυαδικών ψηφίων γ_i , που να ικανοποιούν τη σχέση $\{\gamma_i = \mu_i \oplus k_i, \text{όπου } i = 1, 2, \dots, n\}$), τότε θα ισχύει επίσης ότι $\{\mu_i = \gamma_i \oplus k_i, \text{όπου } i = 1, 2, \dots, n\}$ και ο παραλήπτης του γρίφου με χρήση του κλειδιού θα αναδημιουργήσει το μήνυμα.

Μηνύματα μεγάλου μήκους μπορούν να κρυπτογραφούνται σε ομάδες των n δυαδικών ψηφίων. Το σύμβολο \oplus συμβολίζει την πράξη αποκλειστικό H (XOR).



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΚΡΥΠΤΟΓΡΑΦΙΑΣ

Η εξέλιξη της χρησιμοποίησης της κρυπτογραφίας ολοένα αυξάνεται καθιστώντας πλέον αξιόπιστη τη μεταφορά της πληροφορίας για διάφορους λειτουργικούς σκοπούς :

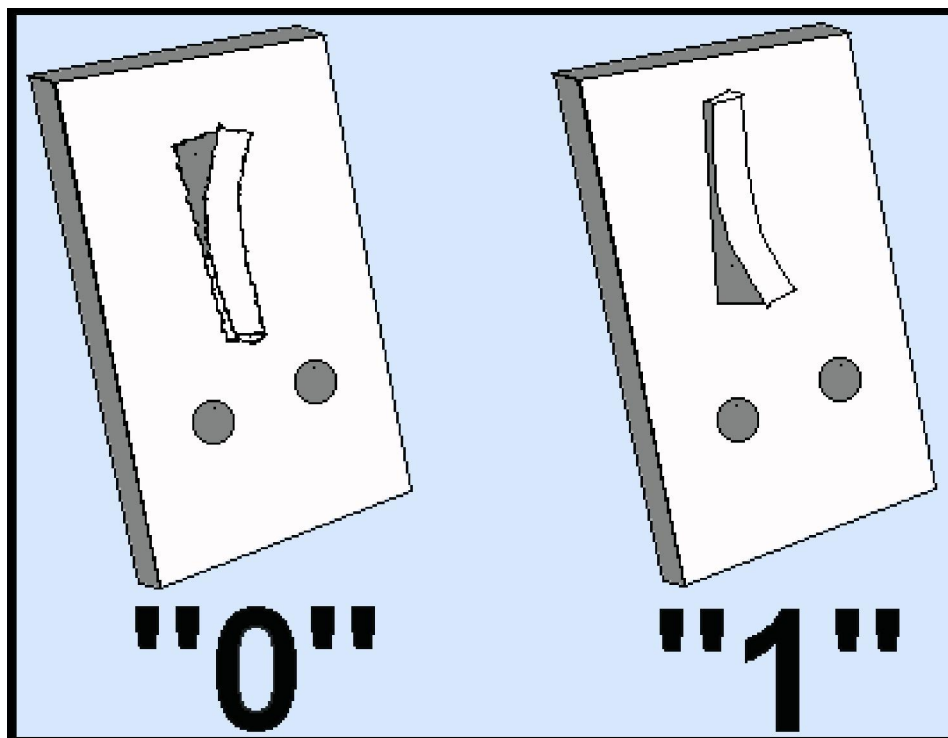
1. Ασφάλεια συναλλαγών σε τράπεζες δίκτυα - ATM
2. Κινητή τηλεφωνία (ΤΕΤΡΑ-ΤΕΤΡΑΠΟΛ-GSM)
3. Σταθερή τηλεφωνία (cryptophones)
4. Διασφάλιση Εταιρικών πληροφοριών
5. Στρατιωτικά δίκτυα (Τακτικά συστήματα επικοινωνιών μάχης)
6. Διπλωματικά δίκτυα (Τηλεγραφήματα)
7. Ηλεκτρονικές επιχειρήσεις (πιστωτικές κάρτες, πληρωμές)
8. Ηλεκτρονική ψηφοφορία
9. Ηλεκτρονική δημοπρασία
10. Ηλεκτρονικό γραμματοκιβώτιο
11. Συστήματα συναγερμών
12. Συστήματα βιομετρικής αναγνώρισης
13. Έξυπνες κάρτες
14. Ιδιωτικά δίκτυα (VPN)
15. Word Wide Web
16. Δορυφορικές εφαρμογές (δορυφορική τηλεόραση)
17. Ασύρματα δίκτυα (Hipperlan, bluetooth, 802.11x)
18. Συστήματα ιατρικών δεδομένων και άλλων βάσεων δεδομένων
19. Τηλεσυνδιάσκεψη - Τηλεφωνία μέσω διαδικτύου (VOIP)



ΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΩΝ Η/Υ

Το δυαδικό σύστημα αρίθμησης αναπαριστά αριθμητικές τιμές χρησιμοποιώντας δύο σύμβολα, το 0 και το 1. Πιο συγκεκριμένα, το δυαδικό είναι ένα θεσιακό σύστημα με βάση το δύο. Κάθε ψηφίο ανήκει σε μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερη κατά ένα από αυτήν του ψηφίου στα δεξιά του. Έτσι, κάθε ψηφίο ενός δυαδικού αριθμού από δεξιά προς τ' αριστερά δηλώνει μονάδες, δυάδες, τετράδες, οκτάδες κ.ο.κ. Ονομάζεται *δυαδικό* επειδή η αναπαράσταση της πληροφορίας γίνεται με χρήση δύο συμβόλων.

Η αποθήκευση και επεξεργασία των δεδομένων στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές γίνεται ψηφιακά. Οδηγώντας, για παράδειγμα, την είσοδο ενός λογικού κυκλώματος με τάση ρεύματος μεγαλύτερη μιας συγκεκριμένης τιμής (π.χ +3Volts) αναπαριστούμε το ψηφίο "1", ενώ οδηγώντας την είσοδο με τάση ρεύματος μικρότερη μιας συγκεκριμένης τιμής (π.χ +2 Volts) αναπαριστούμε το ψηφίο "0". Λόγω της σχετικά απλής υλοποίησης στα ηλεκτρονικά κυκλώματα το δυαδικό σύστημα χρησιμοποιείται εκτεταμένα στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές για την αναπαράσταση αριθμητικών δεδομένων. Άλλα χρησιμοποιούμενα συστήματα είναι το σύστημα κινητής υποδιαστολής, το σύστημα σταθερής υποδιαστολής, η δυαδική κωδικοποίηση δεκαδικού, και άλλα.



Γιατί ο Η/Υ δεν χρησιμοποιεί το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης;

- Είναι πολύ ακριβότερο (ηλεκτρονικά κυκλώματα).
- Πολύ πιο δύσκολο (π.χ. να γίνουν αριθμητικές πράξεις σε αυτό).

Αν θέλαμε να παραστήσουμε τους αριθμούς στον υπολογιστή με το 10δικό σύστημα, θα έπρεπε να κατασκευάσουμε ένα φυσικό μέσο που να παριστάνει 10 διαφορετικές καταστάσεις

Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

- Τα ψηφία που χρησιμοποιούμε είναι το «0» και το «1».
 - Σε ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα η αναπαράσταση του ψηφίου 1 μπορεί να είναι περνάει ρεύμα ενώ 0 δεν περνάει ρεύμα.
- Αποτελεί το πιο διαδεδομένο σύστημα στους υπολογιστές.



Βασικές Πράξεις στο Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Πρόσθεση

$$0+0=0$$

$$0+1=1$$

$$1+0=1$$

$$1+1=10$$

Πολλαπλασιασμός

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

*Σημείωση: οι πράξεις στο
2αδικό σύστημα αρίθμησης
είναι ευκολότεροι από ότι στο
γνωστό μας 10δικό σύστημα
αρίθμησης.*

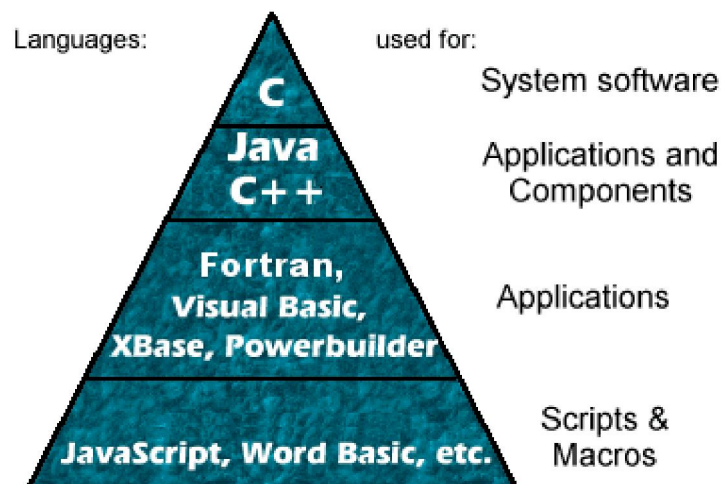
Τετράδα στο δυαδικό	Δεκαδικός αριθμός	Δεκαεξαδικός αριθμός
0000	0	0
0001	1	1
0010	2	2
0011	3	3
0100	4	4
0101	5	5
0110	6	6
0111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	10	A
1011	11	B
1100	12	C
1101	13	D
1110	14	E
1111	15	F



Η Χρησιμότητα της Γνώσης του Δυαδικού Συστήματος.

Ο προγραμματισμός εφαρμογών κατευθείαν σε γλώσσα μηχανής Η/Υ γίνεται σε γλώσσα μηχανής (assembly) (π.χ. οδηγών συσκευών – drivers).

Η κωδικοποίηση της πληροφορίας σε ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή γίνεται πάντα σε ψηφία 0 και 1. Π.χ. μια ψηφιακή φωτογραφία, ένα τραγούδι MP3, κωδικοποιείται σε αριθμούς οι οποίοι αναπαριστούνται με 0 και 1 κλπ. Το δυαδικό σύστημα είναι χρήσιμο αν θέλουμε να μάθουμε να προγραμματίζουμε σε οποιαδήποτε γλώσσα προγραμματισμού υψηλού επιπέδου (π.χ. Basic, Pascal, C/C++, Java κλπ).



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Βικιπαίδεια
- Κρυπτογραφία η Επιστήμη της Ασφαλούς Επικοινωνίας, του Δ.Πουλάκης, εκδόσεις ΖΗΤΗ
- Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
- Εργασία Πανεπιστημίου Πατρών του τμήματος Βιολογίας
- Google εικόνες
- <http://www.it.uom.gr/project/mycomputer/intro/calculat.html>